இந்தியக் கணித வரலாறு

சமஸ்கிருத கணிதப் பேராசிரியர்கள் லகதர், ஆரிய பட்டர், பிரமகுப்தர், ஸ்ரீதரர், மகாவீரர், பாஸ்கரர், நாராயணபண்டிதர் ஆகியோரும், சூரியசித்தாந்தம் எழுதியவரைப் போலப் பெயர் தெரியாத சில அறிஞர் களும் எழுதிய நூல்களில் உள்ள கணித வளர்ச்சியின் வரலாறே இந்தியக் கணித வரலாருகும். மேலும் பெரும்புகழ் வாய்ந்த சூரியபட்டர், பிரமகுப்தர், பாஸ் கரர் ஆகியோரின் நூல்களுக்குப் பலர் உரை எழுதி யிருக்கிருர்கள். அவ்வுரைகளும் இந்த வரலாற்றுக்கு ஆதாரங்கள். இந்தச் சமஸ்கிருத நூல்களை ஒட்டியே சில கணித நூல்கள், தமிழ், தெலுங்கு, கன்னடம், மலையாளம் ஆகிய மொழிகளிலும் பிறந்திருக்கின்றன. (இக்கட்டுரை சுத்த கணிதத்தைப் பற்றியது. வான வியலின் வரலாறு இங்குக் கூறப்படவில்லை).

இந்திய வானவியல் வேதத்திற்கு ஓர் அங்கமாக நினைக்கப்பட்டு, அந்த வேதங்களின் முக்கியமான அமிச மாகக் கணிதம் விளங்கிற்று. இந்தியருக்கு எண்கணி தம், இயற்கணிதம், திரிகோணமிதி இவை மூன்றுமே பழக்கமுற்றவை. வடிவ கணிதத்தில் பிடிப்பு அவ்வள வில்லை. இக்காலத்தவர் வடிவ கணிதத்திற்காகக் கிரேக்கருக்கும், வானவியலுக்காக எகிப்தியருக் கும் பாபிலோனியருக்கும் கடமைப்பட்டிருக்கலாம். ஆனால் எண்கணிதம், இயற்கணிதம், திரிகோணமிதி ஆகியவைகளின் அடிப்படையான தத்துவங்களுக்குப் பண்டைய இந்தியருக்கும் இடைக்கால இந்தியருக் குமே யாவரும் கடமைப்பட்டுள்ளார். இந்தியக்

கணிதத்தின் முக்கிய குணங்கள் வியப்புறுங் கற்பனை, நுட்பமான படைப்பு, சுருக்கமான விளக்கம் ஆகிய மூன்றுமாகும்.

பண்டைய இந்தியர் சரியான வழியில் ஆராய்ந்து புதிய தேற்றங்களைக் கண்டுபிடித்தனரெனினும் அவைகளின் முறைகளைப் போற்றவேண்டும் என்ற வழக்கமே அவரிடம் இல்லை என்று டாக்டர் வாட்ஸன் என்பவர் இராமானுஜனுடைய (1887–1920 த. க.) கணிதக் கையெழுத்து பிரதிகளைப்பற்றிக் கூறும்போது கூறுகிறார். இராமானுஜனும் அதே வழக்கத்தைக் கையாண்டார். பெரும்பாலும் இத்தகைய கொள்கைக்குக் காரணம் சுருக்கமாக இருந்தால்தான் நூல்களை வாசிக்காமல் காதால் கேட்டு அறிந்துகொள்பவருக்கு மனத்தில் நன்றாக ஊன்றும் என்பதாகும். தவிர, கரண சூத்திரங்கள், தேற்றங்கள் இவைகளே முக்கியமாகத் தேவை. இவைகளைத் தெரிந்துகொண்டால் முறைகளைத் தாமே அறிந்துகொள்ளலாம். மேலும் பழைய முறைகளையே திரும்பத் திரும்பப் படித்துக்கொண்டிருந்தால் புது உபபத்திகளுக்கு இடமில்லாமல் போய் விடும்.

பொதுவாகப் பார்த்தால் இந்தியக் கணித வரலாற்றுக் காலம் 1. கி. மு. 1500 லிருந்து கி. பி. 500 வரை, 2. கி. பி. 500 லிருந்து கி. பி. 1500 வரை என இரண்டு பிரிவாகப் பிரியும். முதல் இரண்டாயிரம் ஆண்டில் கணிதம் பெரிதும் தூல முறையிலும், சரியான முடிவு அடையாமலும் இருந்து, நாளாவட்டத்தில் உறுதிப்பட்டு ஓர் உருவத்தை அடைந்திருக்கவேண்டும். கி. பி. 500-ல் ஆரியபட்டரே கணிதம் என்றால் இப்படி இருக்கவேண்டும் என்று ஒரு வழி காண்பித்தார். அதைப் பின்பற்றியே மற்றக் கணித ஆசிரியர்களும் கணிதத்தை வெளியிட்டனர். மேலும் முதற்காலப் பிரிவில் கணிதமெல்லாம் முனிவர்கள் செய்த நூல்களில் வேதங்களுக்கும் வேதங்களில் சொல்லியிருக்கும் சடங்குகள் முதலியவைகளுக்கும் அனுகுணமான வானவியல் பற்றியே உள்ளது. இரண்டாங்காலப் பிரிவிலேதான் கணிதத்திற்குத் தனி உரிமை கிடைத்தது.

வேதாங்க சோதிடம்: பெரும்பாலும் வேதாங்க சோதிடமே இந்தியக் கணித நூல்களிற் பழையது. இது சு. கி. மு. 1200-ல் பிறந்திருக்கலாம். இதில் சுத்த கணிதம் கிடையாது. ஆனால் கணிதத்தின் சாரமான மூவறுப்பு விதி (Rule of three), ஆவர்த்த முறை (Periodicity), சமன்பாடு (Equation) ஆகியவை ஏராளமாகப் பயன்பட்டுள்ளன. இதை எழுதியவரின் பெயர் தெரியாது. ஆனால் இது லகத முனிவரின் வாக்கியங்களைத் தொகுத்து எழுதிய நூல். இந்த நூலின்படி ஐந்து ஆண்டுகளுக்கு ஒரு யுகம். யுகம் தொடங்குவது உத்தராயணத்தில் மாசி மாதத்து அமாவாசைக்கு மறுநாள் பிரதமை திதியில். இந்த யுகம் 1830 நாளைக்கு ஒரு முறைதான். இந்தக் காலம் 61 சூரிய மாதங்களாகவும், 66 சந்திர மாதங்களாகவும், 67 நட்சத்திர மாதங்களாகவும், 124 பருவங்களாகவும் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு நாளில் 30 முகூர்த்தங்கள். இரண்டு நாழிகைகள் ஒரு முகூர்த்தம். அறுபது விநாடிகள் ஒரு நாழிகை. இந்தப் பஞ்சாங்கப் பிரகாரம் அமாவாசை, பௌர்ணமி, மாதப் பிறப்பு ஆகியவற்றைக் கணித்தால், ஒரு நாள் அல்லது இரண்டு நாட்களுக்குமேல் பிழை வராது. வேண்டும்பொழுது வானத்தை நேரே பார்த்துப் பிழைகளைத் திருத்தும் வழக்கம் பழைய காலத்திலிருந்தது. மைசூரில் பழைய நூல் ஆராய்ச்சியில் பிரசித்தி பெற்றிருந்த ஆர். சாமா சாஸ்திரிகள் ஆங்கில மொழிபெயர்ப்போடு வேதாங்க சோதிட மூல நூலை 1936-ல் வெளியிட்டார். வேதாங்க சோதிட நூலுக்கும் அதன் பின்னர்த் தோன்றிய சூரியபிரஞ்ஞாப்தி, ஜ்யோதிஷ்கரண்டம், காலலோக பிரகாசிகை முதலான ஜைன நூல்களுக்கும் உள்ள பொதுவான விஷயங்களை எடுத்துக் கூறியிருக்கிறார். இந்த நூலிலேதான் முதல் தடவையாகத் தினவாரி சந்திரசாரம், பருவ முடிவு காலங்கள் இவைகளின் அட்டவணை அடங்கியுள்ளது. மற்றும் இதில் 73,124 இவைகளைக் காரணிகளாகக் கொண்ட எண்களின் எச்சம் (Residue) முதலிய பண்புகள் கவனிக்கப்பட்டிருக்கின்றன. எண்களின் ஆராய்ச்சிக்கு இது அங்குரார்ப்பணம். இதுதான் காலக்கிரமத்தில் சாக்கிர நிரக்கிர குட்டகங்களாக வளர்ந்து நிற்கிறது. எந்த ஆண்டிலும் பகற்காலம் 18 முகூர்த்தங்கள். அதாவது 14 மணி 24 நிமிஷங்களுக்கு அதிகமாவதில்லை; 12 முகூர்த்தங்கள் அதாவது 9 மணி 36 நிமிஷங்களுக்குக் குறைவதுமில்லை என்கிற சுவையான விஷயம் இந்த நூலில் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கிறது. இதைக் கவனிக்கும்போது, இம்மாதிரி பகற்காலங்கள் விளங்கும் காச்மீரத்திலேயே இந்நூல் எழுதியிருக்கலாமோவென்று ஓர் ஐயம் தோன்றுகிறது.

சுல்வ சூத்திரங்கள்: வேதங்களில் சொல்லியிருக்கும் கர்ம அனுஷ்டானங்களுக்கு உதவியாக விவகார முறை வடிவ கணிதம் (ரஜ்ஜு கணிதம்) தேவை. ரஜ்ஜு என்பது கயிறாகும். பண்டைக்காலத்தில் ரஜ்ஜுவே ஓர் அளவுகோலாயும், வட்டநிருமாணக் கருவியாயும் பயன்பட்டது. ரஜ்ஜுவை அல்லது கயிற்றைக் கணிதத்தில் கையாளும் முறையைச் சொல்லும் நூலாயிருந்தபடியால் ரஜ்ஜு கணிதம் என்று முன்னோர் கூறிவந்தனர். வேள்வி மேடைகளைக் கட்டும் விதிகளைக் கூறும் நூல்களே சுல்வ சூத்திரங்கள். இவைகள் வேதபாடக் கிரமங்களுக்குத் தகுந்தபடி போதாயன சுல்வ சூத்திரம், ஆபஸ்தம்ப சுல்வ சூத்திரம் என வேறு வேறு வகைப்படும். இந்நூல்கள் சு. கி. மு. 800க்கும், கி. பி. 200க்கும் நடுவே ஏற்பட்டிருக்கக்கூடும். பலிபீடம் அல்லது விஹாரம் அளவிலும் வடிவிலும் பல வகைப்படும். உதாரணமாக மகாவேதி என்பது 972 சதுர அங்குலங்கள் கொண்ட ஓர் இரு சமபக்கச் சரிவகம், 36 அங்குல உயரமுடையது. இணைப்பக்கங்கள் 24, 30 அங்குலங்கள் நீளமுள்ளவை. அச்வமேதிகா வேதி என்பது வடிவத்தில் மகாவேதியைப் போலவும், பரப்பளவுகளில் அதைப்போல இரு மடங்கு முடையது. வேத யாக குருக்கள் சதுரம், வட்டம் முதலான எளிய அமைப்புக்களைத் தவிர இவைகளை விதவிதமாய்ச் சேர்த்து விதிக்கப்பட்ட பரப்பளவுடைய வேதிகளையும் கட்டித்தர வேண்டும். உதாரணமாகக் கருடசயனசிதிக்கு $7\frac{1}{2}$ சதுர புருஷங்கள் பரப்பளவு (புருஷம் என்றால் 8 அடி). அதில் 5 வரிசைகள் ஒன்றன்மேலொன்றாக அமைந்திருக்கின்றன. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 200 செங்கல்கள் இருக்க வேண்டும். ஒரு புருஷ சதுரத்திற்கு இத்தனைச் செங்கல்களென்று நியமமுண்டு. இவற்றையெல்லாம் பார்த்தால் கணிதத்தின் தொடக்கத்திலேயே பின்னே சொல்லப்போகும் அரிய கணக்குகளைச் சுல்வ சூத்திரக்காரர்கள் போடவேண்டியிருந்தது என்று தெரிகிறது.

1. ஒரு சமகோணத்தைத் தப்பில்லாமல் அமைத்தல்.
2. சதுரத்திற்குச் சமனான வட்டத்தையும், வட்டத்திற்குச் சமனான சதுரத்தையும் அமைத்தல்.
3. விதித்த பரப்பளவைக்கொண்ட ஒழுங்கான (Regular) பல கோண (Polygon) அமைப்பை உண்டாக்குதல்.

4. இரண்டின் வர்க்கமூலம் ($\sqrt{2}$) முதலானவைக்குப் பெறுமானம் கூறுதல்.

5. வர்க்க சமன்பாட்டின் தீர்ப்புக் கூறுதல்.

6. ஒருபடி, ஒருங்கமைம தேராச்சமன்பாடுகள் (Linear, simultaneous indeterminate equations) அமைத்தல்.

மேற்கூறிய கணக்குக்களுக்கு வழி எழுதாமல் தீர்ப்புக்களை மாத்திரம் எழுதியிருக்கிறார்கள். விஹாரங்கள் சரியான திக்கைப் பார்க்கவேண்டும். அதற்காகத் திருத்தமான சமகோண அமைப்புச் செவ்வகத்தின் (Rectangle) தன்மையால் கண்டுபிடிக்கப்படுகிறது. ஒரு செவ்வகத்தில் மூலை விட்டத்தின் சதுரம் அடுத்துள்ள இருபக்கங்கள் சதுரங்களில் கூட்டுப் பலனுக்குச் சமமாகும். இத்தன்மை வேறு நாற்கரங்களுக்குக் கிடையாது. இதுதான் பிதாகரஸ் (Pythagoras) தேற்றம். செவ்வகத்து மூலைவிட்டத்திற்கும் அடுத்துள்ள இருபக்கங்களுக்கும் கீழ்வருமாறு அளவுகள் இருக்கலாமென்பது சூத்திரக்காரர்கள் கொள்கை (5, 4, 3), (13, 12, 5), (17, 15, 8), (25, 24, 7), (37, 35, 12). இத்தகைய எண்களைப் பிதாகரஸ் எண்கள் என்று ஐரோப்பியர் சொல்வது வழக்கம். பிதாகரஸ் ஒரு கிரேக்கர். இந்தியாவுக்கு வந்து, இந்திய சூத்திரக்காரர்களிடமிருந்து இந்தத் தேற்றத்தையும் செவ்வக அளவு எண்களையும் கற்றாரோ என்று ஓர் ஐயமுண்டு. சதுரத்தின் பக்கம் a ஆகவும், சதுரத்திற்குச் சமமான வட்டத்தின் விட்டம் d ஆகவுமிருந்தால், அவைகளின் தோராய சம்பந்தம் கீழ்வருமாறு :

$$d = a + \tfrac{1}{3}a(\sqrt{2}-1), \quad a = \frac{13}{15}d, \text{ அல்லது}$$

$$a = d\left(1 - \tfrac{1}{8} + \frac{1}{8\times 29} - \frac{1}{8\times 29\times 6} + \frac{1}{8\times 29\times 6\times 8}\right)$$

இந்த சூத்திரங்களின்படி இரண்டின் வர்க்கமூலத்துக்கு விகிதமுறு தோராய பலன் வருமாறு :

$$\sqrt{2} = 1 + \tfrac{1}{3} + \frac{1}{3\times 4} - \frac{1}{3\times 4\times 34}$$

கருட சயனசிதி கணக்கைப் போட,

$$\frac{x_1}{m_1^{\,2}} + \frac{x_2}{m_2^{\,2}} + \frac{x_3}{m_3^{\,2}} + \frac{x_4}{m_4^{\,2}} + \frac{x_5}{m_5^{\,2}} = \frac{15}{2};$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 200$$

என்ற இரண்டு சமன்பாடுகளுக்கு முழு எண் தீர்வுகள் கண்டுபிடிக்கவேண்டும். (செங்கற்கள் அளவு

$\frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}, \frac{1}{m_3}, \frac{1}{m_4}, \frac{1}{m_5}$ புருஷ சதுரம்). சூத்திர ஆசிரியர் சுந்தரராஜரின் தீர்வு :

$$(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5) = (70, 45, 9, 56, 20)$$
$$(m_1,\ m_2,\ m_3,\ m_4,\ m_5) = (4, 5, 6, 8, 10)$$

இம்மாதிரி தீர்வுகள் பலவுண்டு ; அனந்தமில்லை என்று தொகுப்புமுறை (Induction) வழியாகக் கூறலாம்.

பண்டைய கிரேக்கருக்கும் பலிபீடக் கணக்குக்கள் உண்டு. ஆனால் அவர்களுக்குத் தோராயம் உதவாது; வட்டத்தைச் சதுரமாகவும் சதுரத்தை வட்டமாகவும் தோராயமில்லாமல் பண்ண முடியாது என்பதை அறியாமல் அவர்கள் அவதிப்பட்டுக்கொண்டிருந்தார்கள். இந்தக் கடினமான கணக்குக்களைத் தீர்க்கும் முறையில் பல கணக்கு ஆராய்ச்சிகள் உண்டாயின. பண்டைய இந்துக்களோ விவகார முறையில் புகுந்து, தோராயத்தைக் கைக்கொண்டு தீர்மானித்தார்கள்.

சித்தாந்தங்கள் : முதற்காலப் பிரிவு முடியும் முன்னரே சாஸ்திர விஷயங்களும் அறிமுறைகளும் கூடுமளவு நாலா பக்கத்திலிருந்தும் வந்து சேர்ந்திருந்தன. பல முனிவர்களுக்கு இவைகளை ஒரு சித்தாந்தமாக எழுதி வைக்கலாம் என்ற எண்ணம் வந்தது. குறைந்த பட்சம் 20 சித்தாந்தங்களுக்குப் பெயருண்டு. அவை பிரம, சூரிய, சோம, பிருகஸ்பதி, கார்க்க, நாரத, பராசர, பௌலஸ்திய, வாசிஷ்ட, வியாச, அத்திரி, காச்யப, மரீசி, மனு, ஆங்கிரச, லோமக, புலிச, ரோமக, பிருகு, சைவன என்கிற சித்தாந்தங்கள். இவைகளில் பிரம சித்தாந்தமும் சூரிய சித்தாந்தமுமே சிறப்பாக உலகில் விளங்கின. மேலும் இவை இரண்டாம் கால விபாகக் கணித அறிஞர்களால் புதுக் கணித முறையில் புதுப்பிக்கப்பட்டுள்ளன. கி. பி. ஆறும் நூற்றாண்டில் வராகமிகிரர் மேற்சொன்ன இரண்டு சித்தாந்தங்களோடு, வாசிஷ்ட, பௌலஸ்திய, ரோமக சித்தாந்தங்களையும் சுருக்கமாகப் பிரசாரம் பண்ணியுள்ளார்.

அடிப்படையான தள திரிகோணமிதி, கோள திரிகோணமிதி ஆகியவைகளைக் கொண்டே வானவியல் வளரவேண்டுமாகையால், சைன் சார்பலன் (ஜ்யா சார்பலன்–Sine function) முதற்காலப் பிரிவிலேயே கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. வில்லின் முழுநாணைப் பாபிலோனியர் பயன்படுத்தினார்கள். அப்படியில்லாமல் இந்துக்கள் பாதி நாணையே பாதி வில்லின் சைன் ஆகப் பயன்படுத்தியது திரிகோணமிதியில் ஒரு மிக முக்கிய மானபடியாகும். தசமான முறையில் சூனியத்திற்கு ஒரு குறியை இந்தியர் கற்பித்தது எவ்வளவு முக்கியமானதோ அவ்வளவு முக்கியமானது சைன் உண்டாக்கியதுமாகும்.

இரண்டாம் பிரிவுக்காலம் (கி. பி. 500–1500) : இரண்டாம் பிரிவுக்காலத்தில் முதல்வர் ஆரியபட்டர். சிதறிக் கிடந்த பழைய கணித முறைகளை ஒன்று கூட்டியும், புதியனவாகச் சிலவற்றை உண்டாக்கியும் ஆரியபட்டீயம் என்கிற நூலைச் செய்தார். அதில் வானவியல் முறையை மூன்று அத்தியாயங்களாகப் பிரித்துக் காட்டினார். அவை கணிதம், காலக்கிரியை, கோளம் எனப்படும். இவரையே மற்றவர்கள் பின்பற்றினர். இவருடைய சிறப்பு பிரம சித்தாந்தத்தைப் புதுப்பித்ததாகும். இவர் ஆரியபட்டீயம் என்ற நூலை 499-ல் தம் 23-ஆம் வயதில் எழுதினார். பெரும்பாலும் இவர் திருவிதாங்கூரைச் சேர்ந்தவராயிருக்கலாம். ஆனால் இவர் பாடலிபுத்திரத்திலேயே கல்வி கற்றவராதலால் தம்மைப் பாடலிபுத்திரத்தார் அல்லது குசுமபுரத்தாரென்று சொல்லிக்கொள்கிறார். இவர் தாமாகவே முன்னுக்கு வந்திருக்கவேண்டும். இவர் யாரையும் தம் குருவாகச் சொல்லிக் கொள்ளவில்லை. தம் சுயபுத்தியினாலேயே ஞானத்தைப் பெற்றிருப்பதாகக் கூறுகிறார். 1874-ல் ஹாலந்து நாட்டு டாக்டர் கெர்ன் (Dr. Kern) இந்த நூலைப் பரமேசுவரர் படதீபிகை என்ற வியாக்கியானத்தோடு வெளியிட்டிருக்கிறார். ஐரோப்பா, அரேபியா, அமெரிக்கா நாடுகளில் வேறு வேறு மொழிகளில் இந்நூல் மொழிபெயர்க்கப்பட்டிருக்கின்றது. 1930-ல் ஹார்வர்டு பல்கலைக்கழக ஆசிரியர் வால்ட்டர் யூஜீன் கிளார்க் (Walter Engene Clarke) என்பவரின் மொழிபெயர்ப்புப் புதிது. இந்த நூலில் 121 சிறிய சிறிய ஆர்யா சுலோகங்கள் (பெருக்கு 108) அமைந்துள்ளன.

இதில் 10 சுலோகம் கோஷ்டங்கள் ; புதிய அட்சர சங்கேதத்தில் எழுதியுள்ளன. ஆரியபட்டரைத் தவிர வேறொருவரும் இதைப் பயன்படுத்துவதில்லை. 500 ஆண்டுகளுக்கப்புறம் வந்த இரண்டாம் ஆரியபட்டர் வேறொரு சங்கேதத்தை வெளியிட்டிருக்கிறார்.

சைன் அட்டவணை விஷயமாக ஆரியபட்டர் ஓர் அற்புதமான மடங்கு சூத்திரத்தைக் கூறியிருக்கிறார். அதை இவர் பழைய சித்தாந்தத்திலிருந்து எடுத்திருக்கவேண்டும். தற்காலத்துச் சங்கேதப்படி அதை இம்மாதிரி எழுதலாம்,

$\triangle_n - \triangle_{n-1} = -$ சைன் $a/225$, இதில் $\triangle_n =$ சைன் $(n+1)\,a -$ சைன் $n\,a$. $a = 3{\cdot}75°$, n என்பது 24க்குக் கீழ்ப்பட்ட தன முழு எண். இதுதான் பின்னர் பாஸ்கரர் 115ஆம் ஆண்டில் வகுத்தத் தாற்காலிக சூத்திரத்திற்கு அடிப்படை. அதாவது d (சைன் θ) $= -$ காஸ் θ, d^2 (சைன் θ) $= -$ சைன் θ. இக்காலத்துக் கணித முறையில் $mx + a = ny + b$ $(a > b)$, m, n, a, b முழு எண்கள். இம்மாதிரி சமன்பாடுகளுக்கு, எண் மூலங்கள் கண்டுபிடிக்கும் வழியை முதலில் காட்டியவர் ஆரியபட்டர். முதலில் m-ஐ n-ஆல் வகு ; மிச்சத்தால் பழைய வகு எண்ணை வகு; இப்படி வகுத்துக்கொண்டே ஒற்றை எண்ணத்தனை ஈவுகள் வரும் வரை போ. பிறகு கடைசி மிச்சத்தை எந்த எண்ணினால் பெருக்கி (a−b)ஐக் கூட்டிக் கடை வகு எண்ணால் சரியாக வகுக்கப்படுமோ அந்த எண்ணை எளிதிலே கண்டுபிடிக்கக்கூடும். அதற்குத்தான் மதி யென்று பெயர். இப்பொழுது முதலில் வந்த ஈவுகளை ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதிக் கடைசியாக மதியையும் அதன் மூலம் வந்த ஈவையும் எழுதவேண்டியது. இதனால் ஓர் எண் சங்கிலி ஏற்படும். கடை எண்ணிற்கு முன் எண்ணால் அதற்கு முன் எண்ணைப் பெருக்கிக் கடை எண்ணைக் கூட்டி வரும் தொகையைக் கடையிலிருந்து மூன்றாவது ஸ்தானத்தில் இருக்கும் எண்ணுக்குப் பதிலாகப் போட்டுக் கடை எண்ணைமாத்திரம் எடுத்துவிடவும். இப்பொழுது பழைய சங்கிலிக்கும் ஓர் அங்கம் குறையும். இம்மாதிரியே சங்கிலியின் அங்கங்களைக் குறைத்துக் கடைசியில் இரண்டு எண்கள் மிகும்படி பண்ணினால் கீழ் எண் x க்கும் மேல் எண் yக்கும் பெறுமானம் ஆகும். உதாரணம்: $89x + 10 = 35y + 7$ இப்பொழுது ஒற்றை எண் அதாவது மூன்று ஈவுகள் 2, 1, 1 வந்திருக்கின்றன.

35)89(2
70
—
19)35(1
19
—
16)19(1
16
—
3

3-ஐ எதனால் பெருக்கி, 10−7= 3-ஐக் கூட்டி, 16ஆல் வகுத்தால் சரியாக வகுபடுமோ, அந்த எண் 15 என்று தெரிகிறது. இது தான் மதி. $\frac{15 \times 3 + 3}{16} = 3$, இது மதி மூலமாக வந்த ஈவு. இப்பொழுது சங்கிலி போடலாம். அடுத்தடுத்து வரும் சங்கிலிகள் வருமாறு :

2	2	2	84
1	1	33	33
1	18	18	
15 (மதி)	15		

ஆகையால் x=33, y=84. இந்த விடையைச் சரிபார்க்க $89 \times 33 + 10 = 2947$, $35 \times 84 + 7 = 2947$; இரண்டு தொகைகளும் சமம். பண்டைக்காலத்திற்கு இது ஓர் உயர்ந்த கணக்கென்றே சொல்லலாம். ஆகையால் இதைப் போடும் வழியைக் கண்டுபிடித்தது சிறப்புத்தான். இதுதான் ஆரியபட்டர் கணிதத்தில் கடைசிக் கணக்கு. இதற்குக் குட்டகமென்று பிரமகுப்தர் பெயர் வைத்தார். ஆரியபட்டீயத்தின் கணித பாகமானது முதலில் எண்கள் 1,10,100,1000 என வளரும் முறையைக் குறிப்பிட்டுப் பிறகு வர்க்கம், கனம், வர்க்கமூலம், கனமூலம் இவைகளைச் செய்யும் வகையைச் சொல்லிப் பின்னர் ராசிகளின் கூட்டல் முதலானவை, கூட்டுவிருத்தி, ஒருபடிச் சமன்பாடு, பரப்பளவு, கனஅளவு இவைகளுடைய விதிக்கிரமங்களைக் கூறி, வழி, உதாரணங்கள் ஒன்றுமில்லாமல் எல்லாவற்றையும் சுருக்கமாக 33 சிறிய சுலோகங்களில் அடங்கியுள்ளது. ஒரே நாளில் இந்த 33 சுலோகங்களை மனத்திற்கு வரும்படி பாடம் செய்து கொள்ளலாம். இது ஒருவனுக்கு அழிவற்ற கணக்குச் செல்வமாகும்.

ஆரியபட்டர் கணக்குக்களில் சில தப்புக்கள் ஏற்பட்டிருக்கின்றன. அத்தகைய குறை தற்காலக் கணிதங்களுக்கும் உண்டு.

வராகமிகிரர் : ஆரியபட்டருக்குப் பிறகு ஒரு தலைமுறை தாண்டிப் பிறந்தவர் வராகமிகிரர். இவரிடம் இந்துக்களும் பிற நாட்டு அறிஞர்களும் மதிப்புக்கொண்டனர். இவர் ஒருவரே பண்டைய இந்துக்கலைகளில் கிரேக்க வித்தைக்கு மதிப்புக் கொடுத்தவர். இவரே முதன்முதல் வான நூல்களின் ஏற்றத்தாழ்வை எழுதினவர். இந்த மதிப்புரைதான் பஞ்சசித்தாந்திகா என்னும் கிரந்தம் ; இது பௌலிச, ரோமக, சாவித்திர அல்லது சூரிய, வாசிஷ்ட, பைதாமக என்னும் ஐந்து சித்தாந்தங்களைச் சுருக்கமாக வரைந்தது. ஐந்தில் முதல் மூன்று ஒன்றினும் ஒன்று மேம்பட்டவை. கடை மூன்றும் ஒன்றினும் ஒன்று குறைந்தவை. பைதாமக அல்லது பிரம சித்தாந்தமே மிகப் பழமையானது. நீண்ட காலமானதினால் ஏடு சிதைந்துள்ளது. அதனாலேயே ஆரியபட்டர், பிரமகுப்தர் ஆகியவர்களால் புதுப்பிக்கப்பட்டது. ஆனால் ஆரியபட்டர் நூலில் மிக்க வேறுபாடுகள் ஏற்பட்டபடியால் அதுவே ஒரு புதிய தனிச்சித்தாந்தமாக விளங்கிற்று. எல்லாவற்றிலும் சூரியசித்தாந்தம் சிறந்தது. பழக்கத்திலும் அதிகமாயுள்ளது. ஆரிய, சூரிய, பிரம சித்தாந்தங்களைக் கையாண்டு கணிக்கும் இந்து பஞ்சாங்கங்கள், கோஷ்டங்களில் வேறுபாடு இருப்பதால் மூன்று வகைப்படும். முதற்காலப் பிரிவிலேயே உற்பத்தியான திரிகோணமிதி சூத்திரங்களைத் தெளிவாக வராகமிகிரர் வெளியிட்டிருக்கிறார். அவைகள், இப்போதைய சங்கேதத்தில்,

சைன்^{2}A + சைன்^{2} (90−A)=1; சைன்$^2 \frac{A}{2} =$

$(\frac{1}{2}$ சைன்A$)^2 + \left(\frac{1 - \text{காஸ்}}{2}\right)^2$. 1− காஸ் A =

2 சைன்$^2 \frac{A}{2}$. இந்துக் கணிதத்தில் கோசைனைப் பயன்படுத்துவதில்லை. அதற்குப் பதிலாக உத்கிரமஜ்யா அதாவது கோசைனை 3438 முதலான ஆரத்துக் கணக்கிலிருந்து கழித்து வந்தது, சைன் உத்கிரமஜ்யா அட்டவணைகளோடு அவைகளின் அந்தரங்களையும் (First difference) எழுதி வைப்பது வழக்கம். வராகமிகிரரும் π இன் மதிப்பு $\sqrt{10}$ என்று நம்பியிருந்தார்.

வராகமிகிரரின் சோதிட நூலான பிருகத் ஜாதகம் மிக்க புகழ் பெற்றது; பிருகத்சம்ஹிதையும் அப்படியே. இது எல்லாப் பொருள்களையும் அடக்கியுள்ள ஒரு கலைக் களஞ்சியம் (Encyclopaedia) ஆகும்; வாசனைப்

பொருள்களிலிருந்து பூகம்பம், வால் நட்சத்திரம், மழை முதலான ஆராய்ச்சிகளை இந்த நூலிற் காணலாம். கல்யாணம், பிரயாணம், இவைகளின் சோதிட விசேஷங்களைப் பிருகத் விவாகபடலம், பிருகத் யாத்திரை என்னும் நூல்களில் எழுதி வைத்திருக்கிறார். அல்பெருனி (Alberuni) என்னும் பாரசீகர் இவர் நூல்களில் இரண்டை மொழிபெயர்த்திருக்கிறார்.

வராகமிகிரர் வானவியலில் மிக்க தேர்ச்சி அடைந்தவர்; கிரகசாரங்கள், கிரகணங்கள், சூரியன் உச்சிக்கு வரும் சமயம் முதலானவற்றைத் திருத்தமாகக் கணிப்பவர். அவந்தியில் வாழ்ந்தவர். கபித்த கிராமத்தைச் சேர்ந்த ஆதித்யதாசர் இவருக்குத் தந்தையும் குருவும் ஆவர். வராகமிகிரர் 505-ல் பிறந்து 587-ல் காலமானார் என்று சிலருடைய ஆராய்ச்சியால் தெரிகிறது.

சூரிய சித்தாந்தம்: சூரிய சித்தாந்தத்தை எழுதினவர் இன்னாரென்று தெரியவில்லை. இதன் மூலநூல் முதற்காலப் பிரிவிலே சேர்ந்திருக்கவேண்டும். இது 500ஆம் ஆண்டிலிருந்து சு. 1000 ஆண்டுவரைக்கும் சிறிது சிறிதாகப் புதுப்பிக்கப்பபட்டிருக்கிறது. இது தூய வானநூலே. இதில் சைன் கோஷ்டத்தையும் அது சம்பந்தமான மடங்கு சூத்திரத்தையும் தவிரக் கணக்குக் கலப்பில்லை. ஆரியபட்டர் கூறியதும் இதே மடங்கு சூத்திரம். இந்த நூலில் கோளதிரிகோணமிதியின் அடிப்படைச் சூத்திரங்கள் மூன்று, ஜாத்ய திரிபுஜங்களின் பண்பு, வடிவொற்றுமைத் தத்துவங்கள் இவைகளின் முற்றறிவைப் பயன்படுத்தியிருக்கிறது. இதன்நடை விஞ்ஞானமுறையிலும் கம்பீரமாயும் இருக்கிறது. தற்காலத்து ஆங்கில வானநூற் பாடப்புத்தகம் போலவே இதுவும் காண்கிறது. ஓர் அத்தியாயம் எந்திரத்தைப் பற்றியது. இதை மறைவாக வைத்துக் கொள்ளவேண்டும்; பொதுமக்களுக்குக் கூறுவது தகுதியன்றென்பது ஆசிரியரின் கருத்து. ஐரோப்பியர் இந்த நூலைப் பொருள் செய்துகொள்ள முடியாது என்று ஜீன் சில்வெய்ன் பேயலி (Jean Sylvain Bailly) என்கிற பிரெஞ்சுப் புலவர் வீறு பேசியிருக்கிறார். இதைக் கண்டிக்கும் பொருட்டே சில வெளிநாட்டுப் பண்டிதர்கள் கங்கணம் கட்டி நின்றார்கள். இதன் பலனாக 1789ஆம் ஆண்டில் டேவிஸ் (Davis) எழுதிய சூரிய சித்தாந்த மதிப்புரை வந்தது. அமெரிக்கப் பாதிரி பர்கெஸ் (Burgess) என்பவர் இந்தியாவுக்கு வந்து, இந்தியப் பண்டிதர்களின் உதவியைக் கொண்டு நூலை நன்கு படித்து, உரையோடு ஆங்கிலத்தில் மொழிபெயர்த்திருக்கிறார். 1935ஆம் ஆண்டில் பர்கெஸின் மொழிபெயர்ப்பை மறுபடியும் கல்கத்தா பல்கலைக் கழகத்தார் பதிப்பித்திருக்கிறார்கள்.

பிரமகுப்தர்: ஆயிரம் ஆண்டுகளுக்குமுன் இருந்த கணித வல்லார்களில் பிரமகுப்தர்தாம் மிகுந்த புகழ் பெற்றவர். வராகமிகிரரைப்போல் இவரும் உஜ்ஜயினியில் வேலைபார்த்து வந்தார். இவருடைய நூல்களின் மதிப்பையுணர்ந்து, பாஸ்கரர் இவருக்குக் ‘கணக சக்கிர சூடாமணி’ என்னும் பெயரைச் சூட்டியிருக்கிறார். ஆரியபட்டர் நூலைப்போல் சுருக்கமாகவும் கடினமாகவும் இராமல், பிரமகுப்தரின் நூல் விரிவாயும் எளிதாயும் இருக்கும். கி. பி. 598-ல் பிரமகுப்தர் பிறந்தார். அவர் தகப்பனார் ஜிஷ்ணுகுப்தர். பிரமகுப்தர் 38ஆம் வயதில் பிரமஸ்புட கிரந்தத்தை எழுதினதாகச் சொல்லுகிறார்கள். அவர் காலத்தில் வியாக்கிரமுகர் என்னும் அரசர் ஆண்டுகொண்டிருந்தாராம். ஆரியபட்டர் தம் சித்தாந்தத்தை 108 சுலோகங்களிலும் 3 பாகங்களிலும் எழுதியுள்ளார். பிரமகுப்தர் 1008 சுலோகங்களிலும் 18 அத்தியாயங்களிலும் தம் நூலை வரைந்துள்ளார். அவற்றில் 11ஆம் அத்தியாயம் மற்ற வான நூல்களைக் கண்டிக்கிறது.

கணக்குக்களுள்ள அத்தியாயங்கள் 12, 18, 19 ஆகும். 21ஆம் கோளாத்தியாயத்தில் சைன் கோஷ்ட விவகாரங்கள் சொல்லப்பட்டிருக்கின்றன. பிரமகுப்தர் நூலையும் வெளிநாட்டார் படித்து மொழிபெயர்த்திருக்கிறார்கள். கோல்புருக் (Colebrooke) கணித அத்தியாயங்களை ஆங்கிலத்தில் மொழிபெயர்த்திருக்கிறார். 8ஆம் நூற்றாண்டில் இந்த நூலை அரபு மொழியிலும் மொழிபெயர்த்திருக்கிறார்கள். ஆரியபட்டர் எப்படி எண்களை அட்சர சங்கேதத்தில் சொன்னாரோ, அவ்வாறே பிரமகுப்தரும் பதங்களால் எண்களை விவரிக்கும் முறையைக் காட்டிக்கொடுத்தார். அதாவது பல் என்றால் 32; கண் என்றால் 2; சந்திரன் என்றால் 1. இது அதிகமாகப் பழக்கத்திற்கு வந்திருக்கிறது. சில சங்கியையுள்ள பதார்த்தக் கும்பலைக் குறிக்கும் பதங்களே அந்தச் சங்கியையும் குறிக்கும். இந்த முறையும் பர்ட்ரண்டு ரஸ்ஸல் கூறியிருக்கும் எண்ணைப்பற்றின வசனமும் ஒரேமாதிரி இருக்கும்போல் தோன்றும். எண் என்பது ஒரு கூட்டம். அந்தக் கூட்டத்தில் ஒவ்வொரு பகுதியிலும் அந்த எண்ணிருக்கும் என்பது ரஸ்ஸலின் கருத்து.

ஆரியபட்டர் சொல்லியிருக்கும் பொருள்களையெல்லாம் உதாரணங்களோடு பிரமகுப்தர் விரிவாக்கியிருக்கிறார். குட்டக கணிதத்தைச் சரியாக விவரித்து, ஈவுகளின் சங்கியை இரட்டை, ஒற்றை யென்று பிரித்துச் சங்கிலி கட்டும் விதத்தை, உதாரணங்கள் மூலமாகக் காட்டியிருக்கிறார். மேலும் இயற்கணிதம் என்பதை இவரே முதலில் கண்டுபிடித்தார். இது எழுத்துக்கள் மூலமாகக் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் செய்யும் முறையாகும். இதிலிருந்து ரிண எண்களுக்கும் சூனியத்திற்கும் இதேமாதிரி கிரியைகள் உண்டென்று கூறி அவ்விதிகளையும் கூறியிருக்கிறார். ஆனால் சூனியத்தைச் சூனியத்தால் வகுத்தால் சூனியம் வருமென்று சொன்னது மாத்திரம் தப்பு. தற்காலத்துக் கணிதத்தில் $\frac{0}{0}$ என்பது தேரப்படா வடிவம் (Indeterminate form). உலகத்திலே ரிண எண்களையும் சூனியத்தையும் பற்றி முதன் முதல் கூறியவர் பிரமகுப்தரே. அளவியல் (Mensuration), இருபடி இடைச்செருகல் (Quadratic interpolation), இருபடி தேராச் சமன்பாடுகள் — இவைகளைப்பற்றி பிரமகுப்தர் பல முன்னேற்றமான கருத்துக்கள் கூறியிருக்கிறார். அவர் சொன்ன பொருள்களில் முக்கியமானவற்றைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடுகிறார்:

1. வட்ட நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$. இதில் $2s = a,b,c,d$ பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை. தற்காலத்துத் திரிகோணமிதிகளில் விளங்கும் மூலவிட்டங்களின் அளவுகள் அவர் சொன்னவைகளே. குறை பிரமிடின் (Truncated pyramid) கன அளவு $\frac{A}{3}+\frac{2V}{3}$; இதில் $V=h\left(\frac{\sqrt{\triangle}+\sqrt{\triangle^1}}{2}\right)^2$, $A=\frac{\triangle+\triangle^1}{2}h$. h என்பது உயரம்; $\triangle$, $\triangle^1$ என்பன முகங்களின் பரப்பளவு.

2. ஸ்டர்லிங்கு (Stirling) 16ஆம் நூற்றாண்டில் சொன்ன சூத்திரத்தை இவர் 1000 ஆண்டுகளுக்கு முன்னாலேயே கூறிய சைன் சார்புச் சூத்திரம் குறிப்பதாகும்:

$$\text{சைன் }(x-h\,\theta)=$$
$$\text{சைன் }x-\frac{\text{சைன் }(x+h)-\text{சைன் }(x-h)}{2}\theta.$$
$$+\frac{\text{சைன் }(x+h)-2\,\text{சைன் }x+\text{சைன் }(x-h)}{2}\theta.$$

3. ஆயிரம் ஆண்டுகளுக்கப்புறம் ஆயிலர் (Euler) கண்டுபிடித்த சூத்திரம், பிரமகுப்தர் நூலில் கீழ்வருமாறு சொல்லியிருக்கிறது : (a, b) என்பன $ax^2+p=y^2$ சமன்பாட்டிற்கு மூலங்கள். அப்படியே (c, d) என்பன $ax^2+q=y^2$ என்பதற்கு. அப்பொழுது $(bc\pm ad)$, $(bd\pm aac)$, என்பன $ax^2+pq=y^2$ என்பதற்கு மூலங்கள். (p, q) என்பன $Ny^2-4=x^2$ சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களாயிருந்தால் $Ny^2+1=x^2$ சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $(p^2+2)\left\{\frac{(p^2+2)(p^2+1)}{2}-1\right\}$, $pq\,(p^2+1)\,(p^2+2)/2$ ஆகும். இதில் N என்பது சதுர மற்ற முழு எண்.

பதங்களுக்குக் குறிகளின் சக்தியைக் கொடுத்துச் சுருக்கமாகவும் அடக்கமாகவும் மேற்கொண்ட பொருள்களைச் சுலோகங்களில் கூறியிருப்பது வியக்கத்தக்கது. $Ny^2+1=x^2$ என்ற தேராச் சமன்பாட்டிற்கு முழுவெண் மூலங்கள் கண்டுபிடிக்கும் வழியைப் பிரமகுப்தர் சொல்லவில்லை. பாஸ்கரர்தான் அதை 1150-ல் சக்கிரவாள சூத்திரத்தில் வரைந்துள்ளார். 18ஆம் நூற்றாண்டில் லாகிராஞ்ச் (Lagrange) கொடுத்த வழிக்கும் இதற்கும் பேதமுண்டு. ஆனால் பிரமகுப்தரே $Ny^2+1=x^2$ என்ற சமன்பாட்டை முதலில் முன்னுக்குக் கொண்டு வந்தவர். ஆதலால் இந்தச் சமன்பாட்டை பிரமகுப்த சமன்பாடென்றே அழைக்கவேண்டும். ஆனால் இந்த உண்மையை அறியாமல் ஆயிலர் என்னும் கணிதஞானி இதற்குப் பெல்லியன் சமன்பாடு (Pellian Equation) என்ற பெயரை வைத்தார்.

ஸ்ரீதரர் : இந்தியக் கணிதம் காலக்கிரமத்தில் எப்படி வளர்ச்சி அடைந்தது என்பதைக் கவனித்தால் நான்கு படிகள் தெரியும். படிப்படியாக விளக்கமும் எளிமையும் மிகுந்துகொண்டே வருவதைக் காணலாம்.

முதற்படியில் ஆரியபட்டீயத்தைப்போல வழிகள் உதாரணங்கள் ஒன்றுமில்லாமல் வெறும் சூத்திரங்களும், இரண்டாம் படியில் பிரமஸ்புட சித்தாந்தத்தைப்போல சூத்திரங்களும், வெறுங்கணக்குக்களும், மூன்றாம் படியில் பாக்ஷாலி கிரந்தத்தைப்போல் சூத்திரங்களும், செய்முறையோடு கூடிய கணக்குக்களும் நான்காம் படியில் பாஸ்கர லீலாவதியைப்போல், சூத்திரங்களும் செய்முறையோடு கூடிய கணக்குக்களும் பயிற்சிக் கணக்குக்களும் உள்ளன.

ஸ்ரீதரர் காலம் தெரியாது. நூலிலேயே காணும் சான்றுகளையும், மேற்சொன்ன படிக்கிரமத்தையும் ஆராய்ந்தால், இவர் பிரமகுப்தருக்குப் பின்னால் 8ஆம் நூற்றாண்டில் இருந்ததாகக் கூறலாம். இவர் எழுதிய திரிசதிகை என்னும் நூல் 300 சுலோகங்கள் அடங்கியது. இந்த நூலைக் காலஞ்சென்ற பேராசிரியர் என். இராமாநுஜாசாரியர், பச்சையப்பன் கல்லூரியில் ஆசிரியராயிருந்தபோது ஆங்கிலத்தில் மொழிபெயர்த்திருக்கிறார். இந்த மொழிபெயர்ப்பு, ஜீ. ஆர். கயே (G. R. Kaye) என்பவருடைய குறிப்புக்களுடன் ஒரு நூலாக 1912-ல் அச்சிடப்பட்டிருக்கிறது. இதில் 103 சுலோகங்களே காணப்படுகின்றன. நூல் முழுமையும் எண்கணிதமேயாகும். இது அந்தக் காலத்து நிறுத்தல் அளவை, கோஷ்டங்களைப் பெருக்கல், வர்க்கம், கனம், வர்க்கமூலம், கனமூலம் ஆகியவற்றைச் செய்யும் முறை, விருத்தி கணிதம், வாணிகக் கணக்குக்கள், அளவியல், நிழலின் அளவை முதலானவை அடங்கியது. ஒழுங்கற்ற வடிவங்களின் அளவை ஆராய அவைகள் நாற்கரங்களாயும் வட்டக் கோளப் பகுதிகளாகவும் பிரிக்கப்படும். விட்டத்தை 10 இன் வர்க்கமூலத்தால் பெருக்கினால் வட்டப் பரிதி வரும் என்பது ஸ்ரீதரர் கொள்கை. இந்தியக் கணிதக்காரருக்கு 10இன் மேல் ஒரு பற்று இருப்பது வியப்பை உண்டாக்கும். 17ஆம் நூற்றாண்டின் கடைசி வரைக்கும் 10இன் வர்க்கமூலத்தையே கையாண்டிருக்கிறார்கள். வட்டப்பரிதி விஷயத்தில் சரியான கணக்கை ஆரியபட்டரும் பாஸ்கரரும் கொடுத்திருந்தபோதிலும், ஓர் எண்ணுக்கு வர்க்க மூலம் செய்வதற்கு ஸ்ரீதரர் கூறியிருக்கும் வழி அந்த எண்ணை ஒரு பெரிய வர்க்க எண்ணால் பெருக்கி வந்ததற்கு வர்க்க மூலம் எடுத்துப் பெரிய எண்ணின் வர்க்க மூலத்தால் வகுப்பதுதான். இம்மாதிரி பத்தை 1, 36, 49, 400 இவைகளால் பெருக்கி வந்த தூல வர்க்க மூலங்கள் 3, 19, 22, 63, இவைகளை முறையாக 1, 6, 7, 20 ஆல் வகுத்தால் 3, $\frac{19}{6}$, $\frac{22}{7}$, $\frac{63}{20}$ வரும். இதைத்தான் 10 இன் வர்க்க மூலத்துக்குத் தோராயமாகச் சொல்லுவார்கள். $\sqrt{n^2+n}$-ல் இருக்கும் முழு எண் n, மிச்சமானது ஒன்றுக்குக் குறைவு. இதை ஸ்ரீதரர் தெளிவாகச் சொல்லியிருக்கிறார். வட்டத்துண்டின் பரப்பளவு $\sqrt{\frac{10}{9}\left\{\frac{a(a+c)}{2}\right\}^2}$. இதில் a என்பது மையக்குத்துக்கோடு (Perpendicular bisector), c என்பது நாண் (Chord). இதுவும் அவர் சூத்திரமே.

மகாவீரர் : பாஸ்கரர், பிரமகுப்தர் காலத்தின் இடையில் தோன்றிய கணித சிரோமணிகளில் மகாவீரர் ஒருவர்; இவர் ஜைனர். பண்டைய ராஷ்டிரகூட அரசர்களில் ஒருவரான அமோகவர்ஷ நிருபதுங்கன் சபையைச் சேர்ந்தவர். காலம் சு. கி. பி. 850. இவருடைய நூல் கணித சார சங்கிரகம். இந்த நூலைச் சோதித்தவரும் ஆங்கிலத்தில் மொழி பெயர்த்தவரும் காலஞ்சென்ற பேராசிரியர் எம். ஓ. ரங்காசாரியராவர்; கணக்குக் குறிப்புக்கள் போட்டவர் இந்தியக் கணித சமிதிக்குத் தலைமை வகித்த காலஞ்சென்ற பேராசிரியர் பி. வீ. சேஷு அய்யர்; அமெரிக்க நாட்டுக் கணித வரலாற்று வல்லுநர் டேவிட் யூஜீன் ஸ்மித்து (David Eugene Smith) என்பவர் இதற்கு முன்னுரை எழுதியிருக்கிறார். சென்னை அரசாங்கத்தார் இதை வெளியிட்டிருக்கிறார்கள். மகாவீரர் கணிதத்தில் பழைய ஆசிரியர்களின் கரண சூத்திரங்களின் விவரம் வெறுங் குட்டகம் சம்சிலிஷ்ட குட்டகம், ஒழுங்கற்றவையாயும் வளைகோடுகள் அமைக்கப்பட்டனவாயுமிருக்கும் பரப்புகளின் அளவுகள் இவைகளோடு புதியனவாய்ச் செய்த அங்கபாசம், பிரஸ்தாரம் என்பவைகளும் அடங்கியுள்ளன. இந்நூலிலேதான் முதன்முதலில் பிரஸ்தாரம், அங்கபாசம் என்கிற புதிய கணிதங்கள் காணப்படுகின்றன. பிரச்சினைகள் பலவகைப்பட்டுள்ளன ; கடினமானவை. ஆனால் காவியச்சுவையின் அழகு மனத்தைக் கவரும் ; அப்படியே தீர்ப்புக்களும் உள்ளன. சில இடங்களில் நகைச்சுவையும் தோன்றும். இதற்கு மாதிரிக்கணக்கு : ஒரு மனிதன் ஜினதேவதைகளுக்கு மலர்கள் இடுகிறான். திரும்பி வீட்டிற்கு வரும்போது வெறுங்கை ; ஆனால் பக்தியும் புண்ணியமும் நிறைந்திருந்தன. இன்னொரு உதாரணம்: ஒரு வேசிக்கு 5 காதலர்கள். அவள் ஒவ்வொருவரிடமும் உன்னைத்தான் மிகவும் காதலிக்கிறேன் என்று கூறினாள். ஆனால் அவளுக்கு மூவர்மேல்தான் பிரியம் அதிகம். அவள்

எவ்வளவு மெய் சொன்னாள் என்பது வினா. இதற்கு விடை 11. இதை எளிதில் ஊகிக்கலாமெனினும் இச் சிறிய கணக்குக்கும் நுட்பமான ஆராய்ச்சி தேவை.

மகாவீரர் சொல்லும் சில அனுபவ தோராயங்கள் (Empirical approximation) சரியில்லை. ஆனால் சில வெகு பொருத்தமானவை. உதாரணமாக, 2a, 2b அச்சின் நீளங்களாக உள்ள ஒரு நீள்வட்டத்தின் பரிதி $\sqrt{24b^2+16a^2}$. தற்காலத்துக் கணித அட்டவணைகளில் வழங்கும் நீள்வட்டப் பரிசு சூத்திரம் இதைவிட மிக மட்டமானது. πக்கும் நீள்வட்டப் பரிதிக்கும் ராமானுஜன் அறிவித்திருக்கும் தோராயக்குவியல்களை நினைவுபடுத்திக்கொண்டால், இந்தியருக்கே தோராயக் கற்பனையில் ஓர் அரிய சுவையிருப்பதுபோல் தோன்றுகிறது. அது சுல்வசூத்திரத்தில் தொடங்கி நீண்ட காலமாக விளங்கி வருகிறது.

பாக்ஷாலி ஓலைச் சுவடி : தட்சசீலம் முற்காலத்தில் இந்தியாவின் வடமேற்குப் பகுதியில் ஒரு சிறந்த பல்கலைக்கழக மையமாக விளங்கியது. தட்சசீலத்திற்கு 70 மைலுக்கப்பால் பாக்ஷாலி என்னும் கிராமத்தில் 1881-ஆம் ஆண்டில் ஓர் ஓலைச்சுவடி அகப்பட்டது. அதைத்தான் பாக்ஷாலி ஓலைச்சுவடியென்பர். இந்த ஓலைச்சுவடி சாரதா என்ற லிபியில் காதை(Gathe) என்ற மொழியில் எழுதப்பட்டிருக்கிறது. இந்த மொழி வடமேற்குப் பிராகிருதத்தின் ஒரு பிரிவு. இதில் எண்கணிதம் அடங்கியுள்ளது ; ஸ்ரீதரர், மகாவீரர் முதலியோர் கணிதத்தைப்போல் எளிய வாணிகக் கணக்குக்கள், மக்கள் வாழ்க்கைக்குரிய கணக்குக்கள் இதிலிருக்கின்றன. ஆனால் இதற்கென ஒரு புதிய போக்கும், கற்பனை முறையும், பரிபாஷையும், குறியீட்டு முறையும், சங்கேதங்களும் உள்ளன. சுலோகத்தில் விதிகளையும் உதாரணங்களையும் கொடுத்து, விளக்கங்களை வசனத்தில் ஒரு கோட்பாட்டுடன் எழுதியுள்ளனர். அவை : (1) கணக்கைச் சங்கேத முறையில் திருப்பி எழுதுதல். 2. செய்முறையைச் சொல்லுதல். 3. வழிக்குப் பதிலாகச் சரிபார்த்தல் (Verification) செய்து விடை சரி என்பதைக் காட்டுதல். 9ஆம் நூற்றாண்டில் இதே தான், பிரமகுப்தருடைய சித்தாந்தத்திற்கு உரை எழுதின சதுர்வேத பிருதூதக சுவாமிகள் முதலான கணிதகர்த்தரின் முறையாகவிருந்தது. இந்தச் சுவடி 10ஆம் நூற்றாண்டில் எழுதியிருக்கலாம். ஏனென்றால் இதில் குறி முதலான முறைகளில் ஒரு முன்னேற்றம் காண்கிறது. உதாரணமாக: யுகம் என்பதற்கு யு சுருக்கக் குறி. சூனியத்திற்கும், தெரியாத எண்களுக்கும் பொட்டுக்குறி. இந்தப் பொட்டுக்குறியே இவர் 12ஆம் நூற்றாண்டிலிருந்த பாஸ்கரருக்கு முன்காலமென்பதற்கு அத்தாட்சி. தவிர, தெரியாத எண்களுக்கு வர்ணப் பெயர்களைக் கையாண்டிருப்பது வழக்கத்திற்கு வரவில்லை யென்பதைக் காட்டுகிறது. உதாரணம் :

$\begin{vmatrix} * & 5 & \text{யு} \\ 1 & 1 & \end{vmatrix}=\frac{x}{1}+\frac{5}{1}=x+5$ (தற்கால முறையில்)

$\begin{vmatrix} 11 & \text{யு} & 5 \\ 1 & * & 1 \end{vmatrix}=11\times1+5\times1=16$. பண்டைக் காலத்தில் குறுக்குக்கோடு போடாமல் பின்னராசியை எழுதி வந்தார்கள். உதாரணம் : $\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}$. முழு எண்களையும் பின்ன ராசியாக எழுதினதாகத் தோன்றுகிறது. அதனால்தான் 11க்கு $\begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix}$ என்று எழுதினார்கள் போலும். சிலுவைக் (+) குறி எண்ணிற்கு வலத்தில் வந்து ரிணத்தைக் காண்பிக்கும். குறைவைக் காட்டுகிற சொற்கள் ரிண, கநித, க்ஷய என்று அந்த மொழியில் உண்டு. இவைகளின் முதல் எழுத்தே இந்தச் சிலுவைக் குறியாயிருக்கலாம். அதனால் இதை டயோபான்டஸ் (Diophantus) குறியைக்(+)கொண்டு பயன்படுத்தியதாகச் சொல்லவேண்டியதில்லை. மேலும் குறியை எண்ணிற்கு இடப்பக்கத்தில் டயோபான்டஸ் எழுதினார். இச்சந்தர்ப்பத்தில் நாம் பார்க்கும் டயோபான்டஸ் கணிதம் 13ஆம் நூற்றாண்டிலேதான் எழுதப்பட்டது என்ற டி. ஈ. ஸ்மித் (D. E. Smith) என்பவரின் எச்சரிக்கை கவனிக்கத்தக்கது. சுவடியைக் கையால் எழுதியவர்கள் எத்தனையோ பொருள்களைக் கலந்திருக்கலாம்.

பாக்ஷாலி ஓலைச்சுவடியில் தசமான முறையில் பயன்படும் எண்கள் தனியாகப் புதியவை. நூலில் பதத்தின் மூலமாக எண்குறிப்பு இல்லவே யில்லை. வர்க்க மூலத்திற்குத் தோராயம் இன்னும் ஒரு படி நுட்பமாகக் கொடுத்திருக்கிறது. அதாவது

$$\sqrt{a^2+r}=a+\frac{r}{a}-\frac{(r/2a)^2}{2\left(a+\frac{r}{2a}\right)}.$$

இது 12ஆம் நூற்றாண்டின் அரபு நூலிலுமுள்ளது. இந்தச் சூத்திரம் ஒன்றும் அதிசயமானதில்லை. ஏனெனில் நீண்ட காலமாக வழங்கிவந்த வர்க்க மூல விதியிலிருந்து எளிதாக ஏற்படக்கூடியது. வர்க்க மூலவிதியைக் கொண்டே சுல்வ சூத்திரத்தில் இதேமாதிரி ஒரு கணக்கிருப்பதை முன்னேயே குறிப்பிட்டிருக்கிறோம். பல தொடர்கள், தொடர்ச்சி எண்கள் இந்தச் சுவடியில் விரிவாகச் சொல்லப்பட்டிருக்கின்றன. இவைகளில் ஆயிலரின் சாமியமும் சேர்ந்திருக்கிறது. அதாவது $a_1+a_2(1-a_1)+a_3(1-a_1)(1-a_2)+\dots+a_n(1-a_1)\dots(1-2^{N-1})=1-(1-a_1)(1-a_2)\dots(1-a_n)$. ஓலைச்சுவடி மிகவும் சிதைந்திருப்பதால், இன்னும் எந்தக் கணக்குக்கள் அடங்கியுள்ளனவோ தெரியவில்லை. எப்படியிருந்தாலும், இடைக்காலத்து நூல் என்பதில் தடையில்லை. எண்கணிதம், இயற்கணிதம் ஆகிய இரண்டும் கலந்து இந்தியக் கணிதத்திற்கு வளர்ச்சியைப் பெருக்குவதில் இந்தச் சுவடியும் ஒரு சிறந்த படியாகும்.

பாஸ்கராசாரியார் : நவீன ஐரோப்பியக் கலைகள் வருமுன் இருந்த கணித அறிஞர்கள் வானவியல் அறிஞர்கள் முதலியோர்களில் பாஸ்கரர் மிகச் சிறந்தவர். 1114-ல் தக்கணத்தில் சக்கியமலைச் சாரலில் இருக்கும் பிஜ்ஜடபிடு என்னும் கிராமத்தில் பிறந்தவர். இவருக்குக் குரு இவருடைய தகப்பனாரான மகேசுவரர். இவர் பெரிய அறிஞர். 36ஆம் வயதில் சித்தாந்த சிரோமணி யென்னும் ஒரு பெரிய நூலை எழுதினார். இதுதான் அவருக்குப்பின் வந்த இந்தியக் கணித வல்லுநர்களுக்கு அறிவை ஊட்டியது. ஆரியபட்டீயத்திற்குப் பிறகு இதுதான் இரண்டாவதாகக் கணிதமுறையை நிறுவும் நூல். இதில் 4 அத்தியாயங்கள் இருக்கின்றன. முதலாவது லீலாவதி. இதில் வெறும் எண்கணிதம், குட்டகம், அளவியல், அங்கபாசம், சாமானிய திரிகோணமிதி அடங்கியுள்ளன. இரண்டாவது இயற்கணிதம், அவ்வியக்த கணிதமுறையைக் கூறுவது. இதில் காணப்படுவன : ரிண எண்களின் விஷயங்கள், சூன்ய பரிகர்மம், காரணிகள், காரணி கூட்டத்திற்கு வர்க்க மூலம், வர்க்கபிரகிருதி, பல ரகங்கள் கலந்த சமன்பாடுகள், கணக்குப் புதிர்கள், வர்க்க சமன்பாடும், டேகார்ட்டின் (Descartes) உதவிச் சமன்பாட்டையே அடையும்

வர்க்க வர்க்க சமன்பாட்டு விதி என்பன. மூன்ருவது வானவியல் கணிதத்தைக் கூறும் அத்தியாயம். நான்காவதான கோள அத்தியாயம் வானவியற் கோளங்களைப் பரிசீலிப்பது. பழைய ஆசிரியர்போலிராமல் பாஸ்கரர் கூடியமட்டும் வழிகளையும் தீர்ப்புக்களையும் வரிப்படங்களையும் (Diagrams) கணக்குக்களுக்கு எடுத்துக்காட்டியுள்ளார். கோளத் தராதலப் பரப்பளவைச் சொல்லும்போது, கோளமேற்றளத்தைச் சரிவகத் (Trapezium) துண்டுகளாகப் பண்ணி, அவைகளின் பரப்பளவை யெல்லாம் சேர்த்துக் கணக்குப்போடுவது நலமுடையது. தற்காலத்து நுண் கலனம் (Infinitesimal Calculus) பண்ணும் விதத்தைப் பாஸ்கரர் இங்கு நிரூபித்திருக்கிருர். இதேமாதிரி தாற்காலிக வேகம் கண்டுபிடிக்கும்பொழுது d (சைன் θ) = காஸ்θக்குச் சரியான சாமியத்தைக் கண்டுபிடித்தார். இது ஐரோப்பாவில் நியூட்டன் (1642–1727) காலத்தைச் சேர்ந்தது. அசங்கியாகம் எப்படியிருப்ப தென்பதை பாஸ்கரர் நன்ருக அறிந்து, சூனியத்தால் விபாகம் செய்வதின் பலனைத் தெய்வ பக்தியுள்ள இந்திய விஞ்ஞானியின் சமய நூல் ஆர்வத்தோடு தெரிவித்திருக்கிருர். எண்ணுக்கடங்காத எண்ணின் சிறப்பை அதேமாதிரி எண்ணுக் கடங்காத கடவுளுக்கு ஒப்பிட்டார். படைப்புக் காலத்தில் பூதகணங்கள் பல இருப்பினும், இலய காலத்தில் விட்டுப்போனுலும் பரப்பிரமத்துக்கு எப்படி விகாரம் ஏற்படாதோ, அப்படியே முடிவுள்ள கூட்டல்களாலும் கழித்தல்களாலும், அந்த எண்ணுக்கு மாறுதல் உண்டாகாது. இதற்கு 'கஹாரம்' ($\frac{1}{0}$) என்று பெயர். அதாவது சூனியத்தை வகு எண்ணை உடையது. பாஸ்கரருடைய இயற்கணிதத்தில் சக்கிரவாளமென்று ஓர் அதிசயமான செய்முறை குறிப்பிட்டிருக்கிறது. அது இந்திய நூல்களில் மாத்திரம் அகப்படும் ஒரு தனி முறை. $Ny^2+1=x^2$ என்னும் தேராச்சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களைக் கண்டு பிடிப்பதைப் பற்றியது. அதெப்படியென்ருல் ஏதாவது a, b என்று இரண்டு எண்கள் எடுத்துக்கொண்டு $Nb^2+k=a^2$ என்பதை ஆரம்ப சாமியமாக வைத்துக்கொள்ளலாம். k என்பதுதான் க்ஷேபம். இதிலிருந்து இதைப் போன்ற பல சாமியங்களை உற்பத்தி செய்யும் கிரமத்தைச் சொல்லுகிறது சக்கரவாளம். bx+a என்பது k ஆல் சரியாக வகுக்கப்படவேண்டும்; அப்படிப்பட்ட xகளைக் கண்டுபிடித்தால் அவைகளில் ஒன்றின் (l என்பதின்) வர்க்கம் Nக்கு மிக அருகில் இருப்பது தோன்றும். இப்பொழுது $N\left(\frac{bl+a}{k}\right)^2+\frac{l^2-N}{k}$ என்பது ஒரு வர்க்கமாகும். இது இரண்டாவது சாமியம். $\frac{l^2-N}{k}$ என்பது இரண்டாவது க்ஷேபம். Nக்குப் பிரகிருதி என்று பெயர். இந்த முறையைஅனுசரித்துக்கொண்டே போனுல் க்ஷேபங்கள் $\pm 4, \pm 2, -1$ கடைசியில் வரும். அதிலிருந்து $Ny^2+1=x^2$க்கு மூலங்களை பாவனு என்னும் பிரமகுப்தர் சொன்னமுறையில் கண்டு பிடிக்கலாம். இதுதான் சக்கரவாளம் என்று சொல்லுவார்கள் என்று பாஸ்கரர் கூறியிருக்கிருர். அதைத் தாமே கண்டுபிடித்தாகச் சொல்லவில்லை. ஆனுல் இம்முறை பாஸ்கரருக்கு முன் எழுதின நூல்களில் அகப்படவில்லை. 1356-ல் நாராயண பண்டிதர் இம்முறையை எழுதும்போது, பிரகிருதிக்கு மிக அருகிலிருக்கும் வர்க்க மென்பதை விட்டுவிட்டார். இது பெரும் பிழை. அவர் சக்கரவாளத்தின் நுட்பத்தை அறிந்துகொள்ளவில்லையென்பதை இது நிரூபிக்கின்றது. 1768-ல் லாகிராஞ்ச் என்கிற பிரெஞ்சுக் கணித ஞானி சக்கரவாளத்தைப் போன்ற கிரமத்தை அனுசரித்துள்ளார். இவர் கண்டுபிடித்த முறையைவிட வெகுவிரைவில் பாஸ்கரர் முறை மூலங்களைத் தருகின்றது. இன்னும் அதிகமாக இந்த விஷயங்களைப்பற்றி விவரிப்பது இங்கு முடியாது.

நாராயண பண்டிதர்: பாஸ்கரருக்குப் பிறகு இரு நூறு ஆண்டுகள் கழித்துத்தோன்றிய நாராயண பண்டிதர், வித்துவான் நரசிங்கருடைய புத்திரர். 1359-ல் கணித கௌமுதீ என்னும் நூலை எழுதியுள்ளார். முன்னேர்களின் கணிதப்பொருள்களை, முக்கியமாக மகாவீராச்சாரியாரின் அளவியல் அத்தியாயத்தையும், பாஸ்கராசாரியாரின் வர்க்கப் பிரகிருதி, வர்க்க சமன்பாடு, பிரஸ்தாரம், அங்கபாசம் ஆகிய அத்தியாயங்களையும் பெருக்கி வளர்த்துள்ளது இந்த நூல். இதில் பெரிய பொருள் மாயச் சதுரங்கள் (Magic squares). கோல் புரூக் என்பவருக்குப் பூர்த்தியில்லாத இந்நூல் சுவடியொன்றை மாத்திரம் பார்க்க முடிந்தது. அதில் 13ஆம் 14ஆம் அத்தியாயங்கள், பிரஸ்தாரம், மாய சதுரங்கள் இவைகளைப் பற்றியவை என்று அவர் கூறியுள்ளார். இந்திய ஐரோப்பிய வானவியற் பண்டிதரான சுதாகரத்விவேதி யென்பவர் 19ஆம் நூற்ருண்டின் பிரபல சமஸ்கிருத பண்டிதர்களில் ஒருவர். அவர் சேர்த்து வைத்திருக்கும் சுவடிகளில் இந்த நூல் முழுவதும் இருப்பதாக அவருடைய புதல்வர் பத்மாகரத்விவேதி ஜோதிஷாசாரியர் கவனித்து, அதை 1942-ல் ஆங்கில முகவுரையுடன் பதிப்பித்திருக்கிருர். இந்த நூல் எண்கணிதம் இயற்கணிதமன்று. நாராயண பீஜம் என்ற ஒரு நூலின் குறைப் பிரதியொன்று காசியில் வேல்ஸ் இளவரசி சரசுவதி பவன நூல்நிலையத்தில் இருப்பதாகச் சொல்லுகிருர்கள். பாஸ்கல் (Pascal 1623–1662), நியூட்டன் ஆகியோரால் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட ஈருறுப்புக் கெழுக்களைப் (Binomial coefficient) பற்றி நாராயண பண்டிதர் முந்நூறு ஆண்டுகளுக்கு முன்னமே விளக்கியிருப்பது வியக்கத்தக்கது. இன்னும், 17ஆம் நூற்ருண்டில் பாசெட் (Bachet), பிரெனிக்கல் (Frenicle) ஆகியோர் குறித்திருக்கும் ஒற்றைப்படி, இரட்டைப்படி மாய சதுரங்கள் கட்டும் விதிகளை நாராயண பண்டிதரின் நூலில் காணலாம். பெரும்பாலும் இந்த விஷயங்களை 14ஆம் நூற்ருண்டிற்கு முன்பே இந்தியர் அறிந்திருக்கவேண்டும். நீண்டகாலம் இந்த மாயா சதுரங்களைப் புரோகிதர்கள் மந்திர பலங்களாகப் பயன்படுத்தியிருக்கிருர்கள். அவைகளுக்குப் பல தெய்விகப் பலன்களையும் கூறியிருக்கிருர்கள். நாராயண பண்டிதர் இக்கணிதம் மிகப் பழமையானதென்றும், இதன் உட்பொருளைப் பரமசிவனே யட்ச அரசனை மணிபத்திரனுக்கு உபதேசித்ததால் அதற்குப் பத்திரகணிதமென்று பெயரிட்டதாகவும் கூறுகிருர். இந்தச் சந்தர்ப்பத்தில், புகழ்பெற்ற ஜான்சி சதுரங்கள், ஜைன சதுரங்கள் முதலியவை கவனிக்கத் தக்கவை. இன்னும் இரண்டு சிறப்புக்கள் கௌமுதீயில் காணப்பெறும். அவை: 1. $Nx^2+1=y^2$ என்ற சமன்பாட்டுக்குச் சிறிய மூலம் a_1, பெரிய மூலம் b ஆகவிருந்தால், $\frac{b}{a}$ என்பது $\sqrt{N}$க்குத் தோராய மூலமாகும் என்பது. 2. பெருக்கல் சரிபார்ப்பதற்கு ஒரு விதி: மடங்கி, கெழு எண்களை விருப்ப எண்ணுல் வகுத்து, வரும் மிச்சங்களைப் பெருக்கிவந்த எண்ணை அதே விருப்ப எண்ணுல் வகுத்த மிச்சம், முதல் எண்கள் பெருக்கல் பலனை விருப்ப எண்ணுல் வகுத்து வந்த மிச்சத்திற்குச் சமமாக வேண்டும்.

கோள கணிதம்: நீண்ட காலமாக மலையாளத்தில் சமஸ்கிருத ஞானத்திற்கு மதிப்புண்டு. அங்கேதான் சோதிடமும் அதன் சம்பந்தப்பட்ட கல்வியும் முன்னேற்றம் அடைந்திருக்கின்றன. சோதிடக்கலையில் கணிதம், சம்ஹிதம், சோதிடம் என்று மூன்று வகையுண்டு. சோதிடத்தில் சாதகம், பிரச்சினை, முகூர்த்தம், நிமித்தம் என்று நால்வகை யுள்ளன. இவைகளிலெல்லாம் கேரளப் பிரச்சினை, கேரளீய ஜாதகம் என்பன போல் கேரள என்கிற அடைமொழி யிருக்கும். ஆரியபட்டர், வராகமிகிரர், பாஸ்கரர் இவர்களுடைய நூல்களுக்குப் புகழ் பெற்ற கேரளீய உரை நூல்கள் பலவுள. கேரளீய சித்தாந்த நூல்களுமுண்டு. இந்தியக் கலைஞர்கள் அவைகளைச் சுவைக்கும் பொருட்டு மேற்கூறிய சிறந்த நூல்களை எடுத்துச் சுத்தப்படுத்துவதில் திருவனந்தபுரத்தில் கீழ்நாட்டு ஓலைச்சுவடிகளைப் பதிப்பிக்கும் அரசாங்க அலுவலகம் மிகுந்த உழைப்பெடுத்திருக்கிறது. உதாரணமாக, வராகமிகிரருடைய ஹோரா சாஸ்திரத்திற்கு வியாக்கியானமாக, 'விவரணம்' என்ற நூல் உருத்திரர் எழுதியது. இவர் 14ஆம் நூற்றாண்டின் கடைசியில் இருந்தவர். இவர் பரமேசுவரருடைய குரு. பரமேசுவரர் ஆரியபட்டீயத்துக்குப் படதீபிகை என்னும் உரையை எழுதினவர். இந்த நூலை டாக்டர் கர்ன் என்னும் ஹாலந்து நாட்டு ஆசிரியர் 1874-ல் பதிப்பித்திருப்பதை முன்னரே கூறியிருக்கிறோம். கேரள வான சாஸ்திரிகள் பெரும்பாலும் சோமயாஜிகளே. அதாவது சோமயாகம் செய்தவர்களே. வடகேரளத்தில் சமுத்திரத்திற்கருகில் நீலாநதிக்கரையில் வசித்திருந்ததாகப் பரமேசுவரர் கூறியிருக்கிறார். பிரசித்தமான குசுமபுர ஆரியபட்டரும், கேரளத்தில் அச்மகம் என்னும் கிராமத்தைச் சேர்ந்தவரென்று கூறுவதுண்டு. ஆரியபட்டீய உரையாசிரியர்கள் எல்லாரும் பெரும்பாலும் கேரளீயர்களே. இந்த உரைகளிலெல்லாம் மிகச் சிறந்தது குந்தக்கிராம நீலகண்டரின் மகாபாஷியமே. அவருடைய குரு பரமேசுவரரின் புதல்வர் தாமோதரர்; முகூர்த்தாபரணம் எழுதியவர். நீலகண்டரின் மூல நூல்கள் மூன்று: கோள சாரம், சித்தாந்த தர்ப்பணம், தந்திர சங்கிரகம். 1834ஆம் ஆண்டில் எம். விஷ் (M. Whish) என்பவர் ராயல் கழகத்தின் பத்திரிகையில் நான்கு கேரள நூல்கள் தந்திரசங்கிரகம் (1498), யுக்திபாசா (1608), கரணபத்ததி (1428), சத்ரத்தினமாலா (1830) என்பவை வட்டப்பிரிதிக்கும் விட்டத்திற்கும் உள்ள விகிதத்தை மிக நுட்பமாகக் காட்டுகின்றன என்றும், கிரெகரித் தொடரைப் (Gregory series) பல ஆண்டுகளுக்கு முன்னமே இந்த நூலாசிரியர்கள் ஊகித்திருக்கவேண்டும் அல்லது தாமே கிரெகரிக்குப் பிறகு கண்டுபிடித்திருக்கவேண்டுமென்றும் எழுதியிருக்கிறார். விஷ் குறிக்கும் தேதிகள் சரியென்று சொல்ல முடியாது.

பேராசிரியர் சீ. டி. ராஜகோபாலும் அவருடைய கேரள நண்பர்களும் இந்த நூல்களைப்பற்றிப் பல கட்டுரைகள் எழுதியுள்ளனர். அவைகளில் முதல் கட்டுரை ராஜகோபாலின் வட்டப்பரப்பளவு; இதில் ராஜகோபாலன் நீலகண்டருடைய தந்திர சுக்கிரகத்தில் காணப்படும் கிரெகலித் தொடரை விவரித்திருக்கிறார். நீலகண்டர் இந்தத் தொடருக்கு எச்சங்களை முடிவு கட்டும் முறை வியப்பூட்டுவது. அதை எப்படிச் சாதிப்பது என்பதையும் ராஜகோபால் தம் கட்டுரையில் சொல்லியிருக்கிறார். கரணப்பத்ததி என்னும் நூலுக்கு ஆசிரியர் பெயரில்லை. திருவனந்தபுரம் சமஸ்கிருதப் பகுதியில் இது பதிப்பிக்கப்பட்டிருக்கிறது. இந்த நூலிலுள்ள ஒரு சுலோகமானது தற்காலத்துக் கணித முறையில் பின்வரும் தொடரைக் குறிக்கிறது:

$$\frac{\text{பரிதி (Circumference)}}{\text{விட்டம் (Diameter)}} = 3 + 6\left[\frac{1}{(2\cdot 2^2-1)^2-2^2} + \frac{1}{(2\cdot 4^2-1)^2-4^2} + \frac{1}{(2\cdot 6^2-1)^2-6^2} + \cdots\cdots\right]$$

அ. ஆ. கி.